

ВОПРОСЫ ПО ФИЗИКЕ

выносимые на экзамен (II курс, IV семестр, 2007 год)

1. Тепловое излучение. Интегральные и спектральные характеристики излучения. Закон Кирхгофа. Закон смещения Вина. Закон Стефана-Больцмана.
2. Дискретный характер испускания и поглощения излучения веществом. Формула Планка для равновесного теплового излучения.
3. Фотоэффект, его законы. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Фотоны. Дуализм волновых и корпускулярных свойств излучения.
4. Эффект Комптона. Дуализм волновых и корпускулярных свойств излучения.
5. Ядерная модель атома Резерфорда-Бора. Постулаты Бора.
6. Корпускулярно-волновой дуализм материи. Гипотеза де Бройля. Опыты по дифракции микрочастиц.
7. Волновая функция, ее статистический смысл и условия, которым она должна удовлетворять. Принцип суперпозиции в квантовой механике.
8. Уравнение Шредингера, его свойства. Вероятностная интерпретация волновой функции.
9. Стационарные состояния, их временная зависимость. Уравнение Шредингера для стационарных состояний.
10. Частица в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Квантование энергии. Плотность вероятности нахождения частицы для различных состояний.
11. Частица в трехмерном потенциальном ящике. Энергетический спектр частицы. Понятие о вырождении энергетических уровней.
12. Движение микрочастицы в области одномерного потенциального порога. Случай "высокого" и "низкого" порога.
13. Прохождение частицы через потенциальный барьер. Туннельный эффект. Сканирующий туннельный микроскоп.
14. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора, анализ его решений.
15. Основные постулаты квантовой механики. Представление физических величин операторами. Собственные функции и собственные значения операторов, их связь с результатами измерений.
16. Основные постулаты квантовой механики. Представление физических величин операторами. Вычисление средних значений физических величин.
17. Условия возможности одновременного измерения разных физических величин в квантовой механике. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.
18. Уравнение Шредингера для атома водорода. Квантовые числа, их физический смысл.
19. Собственные механический и магнитный моменты электрона. Опыт Штерна и Герлаха.
20. Орбитальный, спиновой и полный механический и магнитный моменты атома.
21. Атом во внешнем магнитном поле. Эффект Зеемана.
22. Спонтанное и индуцированное излучение. Коэффициенты "А" и "В" Эйнштейна.
23. Принцип работы лазера. Особенности лазерного излучения. Основные типы лазеров, их применение.
24. Принцип неразличимости тождественных частиц в квантовой механике. Симметричные и антисимметричные состояния тождественных микрочастиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули.
25. Статистика Бозе-Эйнштейна. Функция распределения Бозе-Эйнштейна. Свойства идеального газа бозе-частиц.
26. Статистика Ферми-Дирака. Функция распределения Ферми-Дирака. Вырожденный электронный газ. Энергия Ферми.

- 16/27. Квантовые распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Их предельный переход в классическое распределение Максвелла-Больцмана.
- 17/28. Работа выхода электрона из металла. Термоэлектронная эмиссия. Формула Ричардсона-Дешмана.
- 7 29. Эмиссия электронов из металла. Эффект Шоттки. Холодная (автоэлектронная) эмиссия.
- 16/30. Электроны в периодическом поле кристалла. Образование энергетических зон. Энергетический спектр электронов в модели Кронига-Пенни. 17-18
- 18/31. Зонная теория твердых тел. Структура зон в металлах, полупроводниках и диэлектриках.
- 19-20/32. Собственная проводимость полупроводников. Концентрация электронов и дырок в чистых полупроводниках. Температурная зависимость собственной проводимости полупроводников. Уровень Ферми в чистых полупроводниках.
- 20/33. Примесная проводимость полупроводников. Концентрация основных и неосновных носителей в полупроводниках n-типа. Уровень Ферми примесного полупроводника n-типа. Температурная зависимость проводимости примесного полупроводника n-типа.
34. Примесная проводимость полупроводников. Концентрация основных и неосновных носителей в полупроводнике p-типа. Уровень Ферми примесного полупроводника p-типа. Температурная зависимость проводимости примесного полупроводника p-типа.
- 21/35. Фотопроводимость полупроводников. Процессы генерации и рекомбинации носителей заряда.
36. Эффект Холла в полупроводниках, его практическое применение.
37. Контактные явления в полупроводниках. P-n переход, его вольт-амперная характеристика.
- 22/38. Элементарные частицы, их основные характеристики. Симметрия и законы сохранения в мире элементарных частиц.
39. Элементарные частицы. Виды взаимодействий элементарных частиц. Классификация частиц. Лептоны и адроны. Кварковая структура адронов.
- 23/40. Структура атомного ядра. Характеристики ядер: заряд, масса, размеры, энергия связи. Свойства и обменный характер ядерных сил.
- 24/41. Деление тяжелых ядер, цепные реакции. Термоядерный синтез.
42. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Активность. Естественная и искусственная радиоактивность.
- 25/43. Радиоактивность. Виды радиоактивных излучений. Эффект Мессбауэра.
44. Взаимодействие ядерных излучений с веществом. Детектирование различных излучений. Дозиметрия и защита.
45. Квантовые объекты нанотехнологий. Квантовые ямы, квантовые нити, квантовые точки, углеродные нанотрубки. Приборы нанотехнологий. Сканирующие зондовые микроскопы.

Номера задач для экзамена по физике за IV семестр,
на основе которых были составлены задачи в экзаменационных билетах

Иродов И.Е., 1988г : 5.293, 6.51, 6.86, 6.91, 6.102, 6.222, 6.225, 6.228, 6.232, 6.233, 6.235, 6.237, 6.241, 6.243, 6.244, 6.245, 6.247, 6.249.

Номера этих же задач в задачнике Иродова И.Е., 1998г : 5.19, 5.89, 5.132, 5.137, 5.154, 6.277, 6.280, 6.284, 6.288, 6.289, 6.291, 6.293, 5.245, 5.247, 5.248, 5.249, 5.251, 5.253.

Чертов А.Г., Воробьев А.А., 1988г : 42.10, 45.34, 47.24, 51.2, 51.9, 51.11.

① Тепловое излучение: 1) Монохроматическое свечение (когерентное) - наблюд. в вакууме при хим. превращении или свечением люминесценции (вблизи 19-го мая 1900г)
 2) Тепловое излучение. Возникает при нагревании

Хар-ки

Φ_3 - поток энергии; $\Phi_3 = \frac{dW_3}{dt}$ (кол-во энергии, пересекающей элемент пов-ти в ср. вр)
 $[\Phi_3] = \text{Вт}$

$\Phi_3 = \int (\vec{S}, d\vec{F}^n)$; $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ - вект. Уинве - Ройнтинга

$R(T)$ - энергетическая светимость $\frac{d\Phi_3}{dS} = R(T)$; $[R(T)] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$
 кол-во эн. излучаемое телом во всех напр-х в угловых эл. степенях.

$\epsilon(\nu, T) = \frac{dR(T)}{d\nu}$ - спектральная плотность энергии светимости (излучательная способность) $\epsilon = \lambda R$

ω - объемная плотность энергии; $\omega = \frac{dW}{dV}$

$\rho(\nu, T) = \frac{d\omega(T)}{d\nu}$ - спектральная плотность объемной энергии или $\rho(\lambda, T) = \frac{d\omega(T)}{d\lambda}$

$$R(T) = \int_0^\infty \epsilon(\nu, T) d\nu$$

$a(\nu, T)$ - поглощат. сп-ть $a(\nu, T) = \frac{d\Phi_3^{\text{погл.}}}{d\Phi_3}$ - энт-й поток, поглос. телом
 Φ_3 - энт-й поток излуч., падающ.

3-й закон Кирхгофа: Отношение излучательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала тела и универсальной ф-цией тем-ры и частоты.

$$\frac{\epsilon(\nu, T)}{a(\nu, T)} = f(\nu, T) \text{ - универсально и для АЧТ}$$

$$f(\nu, T) = \epsilon^*(\nu, T)$$

$$\boxed{\frac{\epsilon(\nu, T)}{a(\nu, T)} = \epsilon^*(\nu, T)}$$

3-й закон Стефана - Больцмана: Теоретически установлено $R^*(T) = \sigma T^4$

σ - конст. Ст-Б.

3-й закон Стефана - Больцмана

3-й закон Вина:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$\boxed{\lambda_m T = b}$$

$$\epsilon^*(\lambda, T) = \epsilon^*(\nu, T) \frac{d\nu}{d\lambda}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$\textcircled{1} \epsilon^*(\lambda, T) = \frac{2\pi \left(\frac{c}{\lambda}\right)^2}{c^2} \cdot \frac{h \left(\frac{c}{\lambda}\right)}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1} \cdot \frac{c}{\lambda^2}$$

$$\textcircled{2} \frac{d\epsilon^*(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$$

$$\textcircled{3} \epsilon^*(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1}$$

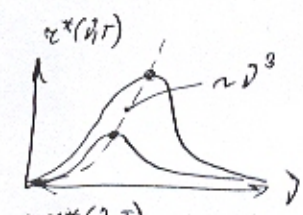
$$\frac{hc}{\lambda T} = \tilde{x} \textcircled{4}$$

Дифер $\textcircled{3}$ с частотой $\textcircled{4}$ и $\textcircled{2}$

$$\frac{\tilde{x} e^{\tilde{x}} - 5(e^{\tilde{x}} - 1)}{e^{\tilde{x}} - 1} = 0 \Rightarrow \tilde{x} e^{\tilde{x}} = 5(e^{\tilde{x}} - 1) = 0$$

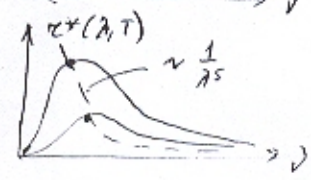
$$\tilde{x} = 4,965 = \frac{hc}{\lambda T} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} T = \frac{hc}{\tilde{x}} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

$$\boxed{\lambda_m T = b}$$



$$\epsilon^*(\nu, T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Ф-ла Планка



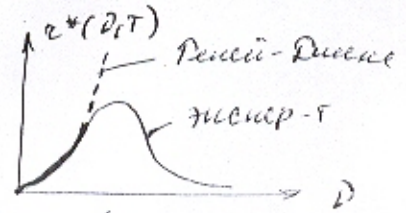
2) Дискретный хар-р излучения и постоянство λ -мал. теплового излучения.

Рейли - Динге получили формулу для излучат. способности АИТ:

$$r^*(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

но. ре-т расхождение с экспериментом:

совпадения в обл-ти низких частот и ультрафиолетовой области спектра в обл-ти высоких (красной) \Rightarrow не были учтены закономерности, кот., несомненно, с представлением классической физики.



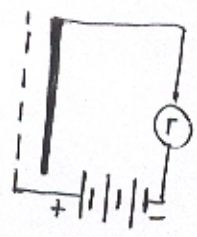
Квант λ -мал. излучения излучается в виде порций энергии: $\epsilon = h\nu$
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}$

Экспериментально нашли: $r^*(\nu, T) = \frac{a_1 \nu^2}{e^{\frac{a_2 \nu}{T}} - 1}$, a_1, a_2 - коэф-ты

Сравнение с ф-й Динге: $\frac{a_1 \nu^2}{e^{\frac{a_2 \nu}{T}} - 1} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \Rightarrow a_1 = \frac{2\pi}{c^2} h\nu$
 $a_2 = \frac{h}{k}$

$$r^*(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

3) Фотоэффект: явление испускания фото-м λ -в под действием света.



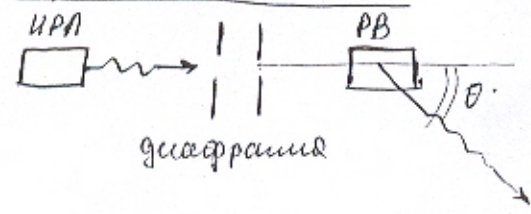
Свет, проходящий λ/λ шину, падает на пластину, в рез-те чего, каливольметр регистрирует ток.

- 3-ки фотоэф-та:
- 1) Макс. сила фототок-а не зависит от интенсивности света, а зависит только от его частоты
 - 2) Красная граница фотоэф-та: λ_0 : $\lambda < \lambda_0$ - наблюд. фототок-а
 - 3) Для монохром. света (сред. д-н $\lambda > \lambda_0$ - не наблюд. велич., фототок почти \sim световому потоку, кот. падает на катод)

Ур-е Эйнштейна: $h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$, $A_{\text{вых}}$ - работа выхода электрона из металла

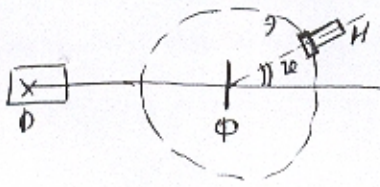
Корпускулярно-волновой дуализм света: В одних явлениях проявляется его волновая природа (дифракция, интерф.) и он ведет себя так же как λ -мал. волна, в других явлениях проявляется корпускулярная природа света и он ведет себе как поток фотонов.

4) Эффект Комптона



В рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от θ . От λ и природы РВ не зав-т.

5) Опыт по рассеиванию α -частиц.



p - радиоактивное вещество; Φ - фольга; φ - экран
 M - экранчик. Вместе в отклонении
 частицы.

Оказывается, что после прохождения Φ некоторая
 часть α -частиц рассеивается на очень большие
 углы. Резерфорд пришел к выводу, что модель
 атомного строения вещества должна быть
 такой, чтобы объяснить эти наблюдения.

Модель атома: атом представляется собой центральный зарядовый, в центре
 которого находится положительно заряженный ядро с зарядом Ze , имею-
 щий размеры не более 10^{-12} м, а вокруг ядра расположен 2 э.в.,
 распределенных по всему объему, поэтому атомом почти
 все время состоит из воздуха.

Φ -излучение:
$$\frac{dN_{\alpha}}{N} = na \left(\frac{Ze^2}{m_{\alpha} v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4\pi^2 (v/2)}$$

$d\Omega$ - телесный угол в пределах Ω , замкнутом направлением
 соответ-е угла рассеивание от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$

dN_{α} - число частиц, рассеиваемых в пределах от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$
 N - полный поток частиц в точку

n - число атомов в единице объема
 a - толщина фольги

Постулаты Бора: 1) Из бесчисленного множества возможных
 (с)или зрелищных движений, существуют только некоторые дискрет-
 ные орбиты, удовлетворяющие опред. квантовым условиям. 2) α -ч,
 находясь на одной из этих орбит, не излучает энергии, несмотря на то, что он движется
 с ускорением, не циркулярно α -маг. волн.

2) Излучение происходит или поглощается в виде светового кванта
 энергии $h\nu$ при переходе α -ч на одну стационарную орбиту
 в другое

6) Корпускулярно-волновой дуализм материи.

Считая в себе св-ва частицы и волны, микрочастицы не ведут
 себя ни как тела, ни как волны, ни как частицы.

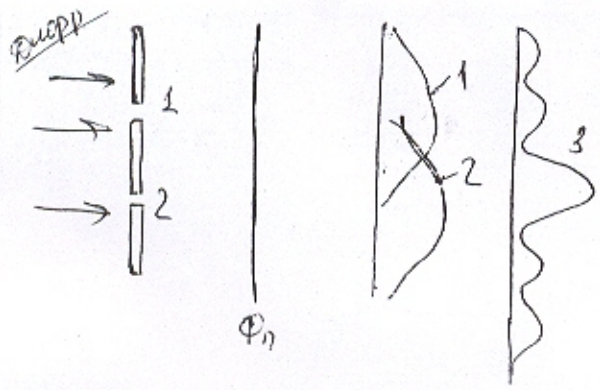
Микрочастицы:

- 1) всегда имеют целое (а величину можно разделить)
- 2) не обладают одновременно значениями k -ти и ω -св.
 \Rightarrow нельзя говорить о траектории

Корпускулярные св-ва	Волновые
1. Масса частицы, m	1. Длина волны $\lambda = \frac{h}{p}$
2. Сп-ты частицы, v	2. Частота: $\nu = \frac{E}{h} = \frac{m c^2}{h}$
3. Импульс $p = m v$	3. Групповые скор-ти v_{gr}
4. Энергия $E = m c^2$	4. Фазовые сп-ты $v_{фаз} = \frac{c^2}{v}$

Гипотеза Де Бройля: Движение не св-во определенностью функций только опти-
 ческих волн.

$E = h\nu$
 $p = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda_D = \frac{h}{p}$ - длина волны Де Бройля
 $p_{ф} = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$



Направим на экран с две узкие щели лучи монохроматического изв-в. За экраном поставим фотопластинку \$\Phi_n\$. Сначала закроем щель и произведем экранирование в течение времени \$\tau\$. Перенесем на \$\Phi_n\$ будет хар-се кривой 1. Затем перенесем экранирование на вторую щель. Перенесем \$\Phi_n\$ - кривая 2.

После этого обе щели и экранирование одновременно. Хар-р перенесения - кривая 3. Хар-р картины дифракции их совмещаются свет. Если освещать выделенные участки щели. Тогда в силу не освещенности с помехами в фазаторах. Если дат \$m\$-и в центре и \$m\$-и в центре. Как в центре (хар-р-ва и дифракция по фактору, и в центре и в центре).

3. амплитудно картина

Хар-р картины дифракции - т.о. что на факторе канало и по освещению выделенные участки щели. Тогда в силу не освещенности с помехами в фазаторах. Если дат \$m\$-и в центре и \$m\$-и в центре. Как в центре (хар-р-ва и дифракция по фактору, и в центре и в центре).

① Величина Де Бройля: $\lambda_D = \frac{h}{p}$

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{d\mathcal{E}}{dp}$$

из чего: $\mathcal{E} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$

$$v_{gr} = \frac{d(c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2})}{dp} = c(p^2 + m_0^2 c^2)^{-1/2} 2p = \frac{2pc}{\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}} = \frac{2pc^2}{\mathcal{E}}$$

$$= \frac{m_0 c^2}{m c^2} = v$$

$$v_{gr} = v$$

$$v_{фаз} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2m}}$$

Если величина Де Бройля образуют волновой пакет, то такой пакет будет распространяться с групповой скоростью. Это приводит к разному направлению пакета. т.е. Величина Де Бройля не может рассматриваться как волновой пакет.

Границы применимости квантовой механики

- В квант. мех. отсутствует от:
- 1) релативности
 - 2) ф.у. величин действия
 - 3) принципа детерминизма

Границы применимости классич.

- 1) Если при расчете можно считать, что ф.у. величин в ней каждый размерности \hbar и при этом иметь значения больше \hbar , тогда сир-ва 3-ий классич. мех.
- 2) или $\lambda \ll r$, r - рау-р об-та при мех-се частицы, в таком случае сир-ва 3-ий мех-ки.

8) Волновая ф-ция: Ψ

Условия, налагаемые на Ψ ф-ю

1) Должна быть: конечной
единичной
непрерывной
функцией

2) Должна иметь непрер. частные производ: $\frac{\partial \Psi}{\partial t}, \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}$

3) Должна быть интегрируема $\int |\Psi|^2 dV$

Зависимость от времени - функция времени должна зависеть от времени не линейно, но не-линейно. Если \Rightarrow решение Ур-е Шр-ра иными словами если не существует.

Физич. смысл имеет только квадрат модуля амплитуды волновой ф-ции, кот. будет равен квадрату ф-ции Ψ

$$\frac{dP}{dV} = |\Psi|^2$$

Принцип суперпозиции в квантовой мех-ке.

Если рассматриваем систему с конечным числом состояний $\Psi(x) = \sum_{i=1}^n c_i \psi_i(x)$.

Если квантово-мех. система может находиться в состоянии, кот. описывается $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots$, то она может находиться в состоянии кот. описывается координатой этих ф-ций. Тогда условие нормировки имеет вид:

$$1 = |c_1|^2 + |c_2|^2 + |c_3|^2 + \dots$$

9) Ур-е Шр-ра

$$E = E_m e^{-i(\omega t - kx + \varphi)} \text{ - плоск. } \rightarrow \text{ волн. волна}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Psi(t, x) = A e^{-i(\omega t - kx + \varphi)}$$

$$\Psi(t, r) = A e^{-\frac{i}{\hbar} (E t - \vec{p} \cdot \vec{r} + \varphi_0)} ; \hbar \varphi = \varphi_0$$

$$\Psi(t, x) = A e^{-\frac{i}{\hbar} (E t - p x + \varphi_0)}$$

точное решение Шр-ра

$$\Psi(t, \vec{r}) = A e^{-\frac{i}{\hbar} (E t - (\vec{p} \cdot \vec{r}) + \varphi_0)}$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U \Psi ; U(t, \vec{r}) \text{ - шев. ф-я}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\dots) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\dots) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\dots) ; \Delta = \nabla^2$$

10) Если шев. поле, в кот. движется частица, стационарно (не изм-ся во времени) то потенциал не зависит явно от времени и ф-я U имеет смысл потенциальной энергии

Представим Ψ : $\Psi(t, \vec{r}) = f(t) \psi(\vec{r})$

$\Psi(t, x, y, z) = f(t) \psi(x, y, z)$ (представим в ур-е Шр-ра)

$$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} f \Delta \psi + U f \psi$$

Разделим на ψf : $i\hbar \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \psi}{\psi} + U ; i\hbar \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial \ln f}{\partial t} = E$

E - полная энергия частицы; $E = E_{кин} + U_{пот}$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \psi}{\psi} + U = E$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

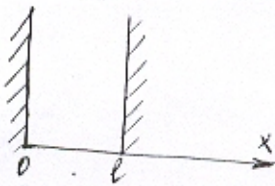
В операторной форме: $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi$

$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U$ - оператор Гамильтона

$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\dots)$ - оператор энергии

$$\hat{E} \psi = \hat{H} \psi$$

(1) Частица в одномерной потенциальной яме



Одномерное стационарное УР-е Шр-ра:

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x) = 0$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x) = 0$$

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x). \text{ Граничные условия: } \psi(0) = 0 \quad x < 0$$

$$\psi(l) = 0 \quad x = l.$$

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi(x) = 0$$

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{p^2}{2m} = \frac{p^2}{\hbar^2} = \left(\frac{p}{\hbar} 2\pi\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = k^2 \quad (k = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{волновое число})$$

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + k^2 \psi(x) = 0. \text{ Решение имеет вид: } \psi(x) = D \cos(kx + \varphi)$$

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = k^2$$

При $x = l$; $\psi(l) = 0 = A \sin kl$
 $kl = \pi n$

$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi k x}{l}\right)$$

Условие нормировки:

$$1 = \int_0^l |\psi^2(x)| dx \Rightarrow 1 = \int_0^l A^2 \sin^2\left(\frac{\pi k x}{l}\right) dx = A^2 \int_0^l \frac{1}{2} (1 - \cos\left(\frac{2\pi k x}{l}\right)) dx =$$

$$= \frac{A^2}{2} x \Big|_0^l - \frac{A^2}{2} \frac{l}{2\pi k} \sin\left(\frac{2\pi k x}{l}\right) \Big|_0^l = \frac{A^2 l}{2} \Rightarrow 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

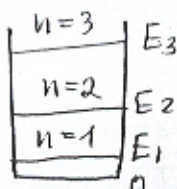
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi k x}{l}\right).$$

Нормировка Вер-ми

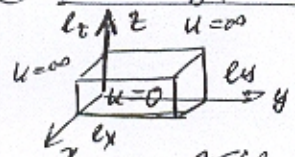
Вер-мб: $\rho = \int_{x_1}^{x_2} |\psi|^2 dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{2}{l} \sin^2 \frac{\pi k x}{l} dx$
 Коэф-т вероятности $x_2 \leq x \leq x_1$

Квантованные энергии: $\frac{2m}{\hbar^2} E = k^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{l^2}$

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} n^2; \quad n - \text{максимальное квантовое число}$$



12) Частица в 3-х мерном потен. ямке.



$\Omega: \begin{cases} 0 < x < l_x \\ 0 < y < l_y \\ 0 < z < l_z \end{cases} \quad U=0 \quad (x,y,z) \in \Omega \quad U=0 \quad (1)$
 $(x,y,z) \in \Omega \quad U=0 \quad (2)$

Сформулируем ур-я (1), (2)

$\Psi(l_x, y, z) = 0$
 $\Psi(x, l_y, z) = 0$
 $\Psi(x, y, l_z) = 0$
 $\Psi(x, y, 0) = 0$
 $\Psi(0, y, z) = 0$
 $\Psi(x, y, 0) = 0$
 $\Psi(x, y, l_z) = 0$

Решим постр. ур-е Шр-нр ищем искомое рещ-е в виде разл. переменных $\Psi(x,y,z) = \Psi_x(x) \cdot \Psi_y(y) \cdot \Psi_z(z)$; $E = E_x + E_y + E_z$ - иском. энергия.

$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0$

$\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E_x \Psi_x = 0$ ищем: $\Psi_x(x) = \sqrt{\frac{2}{l_x}} \sin \frac{\pi n_x x}{l_x}$
 Основ. числа: $k_x = \frac{\sqrt{2mE_x}}{\hbar}$

$\Psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{l_x l_y l_z}} \sin \left(\frac{\pi n_x}{l_x} x \right) \sin \left(\frac{\pi n_y}{l_y} y \right) \sin \left(\frac{\pi n_z}{l_z} z \right)$

т.к. $k_x l_x = \pi n_x$
 $k_y l_y = \pi n_y \Rightarrow k_x = \frac{\pi n_x}{l_x}, k_y = \frac{\pi n_y}{l_y}$

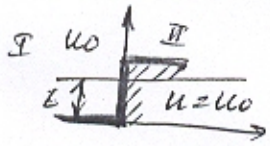
$E_x = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_x^2} n_x^2$; $E_y = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_y^2} n_y^2$; $E_z = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l_z^2} n_z^2 \Rightarrow E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2}{l_z^2} \right)$

Энергетический спектр.

В ур-е Шр-нр входин в кач-ве нар-нр поиние энергии частицы E. В теории диф. ур-я и гранич. ур-я, вида:

$\hat{H}\Psi = E\Psi$ имеет решение, удовлетворяющее стандартн. условиям на краях модных значений нар-нр (т.е. энергии), а также при некоторых обратных значениях нар-нр. собственными. совокупность собственных значений нар-нр спектром энергии.

13) Пот. яма



$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0, & x > 0 \end{cases}$

I: $U(x) = 0 \rightarrow \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi_1 = 0$

II: $U(x) = U_0 \rightarrow \frac{d^2 \Psi_2(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \Psi_2 = 0$, $k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$

$\Rightarrow \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2 \Psi_1 = 0$
 $\frac{d^2 \Psi_2(x)}{dx^2} + k_2^2 \Psi_2 = 0$

Реш: $\Psi_1(x) = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x}$
 $\Psi_2(x) = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x}, b_2 = 0$

$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$
 $\frac{\partial \Psi_1(0)}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_2(0)}{\partial x}$

Возьмем: $B_1 = \frac{b_1}{a_1}$; $A_2 = \frac{a_2}{a_1}$

суч-ии (x) получим: $B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$

Ис-е поиние вер-ии:

$J_v = \frac{\hbar k_i}{2m} \left(\Psi \frac{d\Psi^*}{dx} - \Psi^* \frac{d\Psi}{dx} \right)$

$A_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}$

Нар-е. отраж (нар-е вер-е отраж. частиц от поиние)

$R = \frac{J_{отр}}{J_{нар}}$

Коср. прошедшие: $D = \frac{J_{нар}}{J_{нар}}$

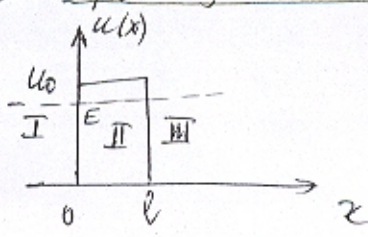
$$\textcircled{a} \quad j_{\text{up}} = -\frac{\hbar^2}{2m} 2a_1 k_1 = \frac{\hbar^2}{m} a_1^2 k_1$$

$$j_{\text{down}} = -\frac{\hbar^2}{m} b_1^2 k_1 \quad ; \quad j_{\text{up}} = \frac{\hbar^2}{m} a_2^2 k_2$$

$$R = \frac{b_1^2}{a_1^2} \quad ; \quad D = \frac{a_2^2}{a_1^2} \frac{k_2}{k_1}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \quad ; \quad D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \quad \rightarrow \quad R + D = 1$$

14) Проникновение частицы через потенциальный барьер



по классике. представим себе: Если энергия E больше U_0, то частица движется вправо и переходит над барьером. Если E < U_0, то частица отраж. от барьера.

Согл. квантовой мех-ки:

Если при E > U_0 имеется ≠ 0 вероят-ть того, что частица отражится и пойдет в обрат. сторону, при E < U_0 имеется ≠ 0 вероят-ть того, что частица проникнет сквозь барьер, и окажется в обл-ти x > l.

Решим E < U_0:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad \text{в обл. I и III}$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0 \quad \text{в обл. II}$$

Решение имеет вид: $e^{\lambda x} = \psi$

Характеристич. ур-е: $\lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2} E = 0 \rightarrow \lambda = \pm i \alpha$

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

Общее решение имеет вид:

$$\psi_1 = A_1 e^{i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x}$$

$$\psi_3 = A_3 e^{i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x}$$

$$\psi_2 = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x}$$

где обл. I, II, III, $B_3 = 0$ (т.к. в обл-ти III не должно быть отраженной волны)

Для нахождения коэф-в, восп-ем условия, кот. должны выполнять ψ : Для того чтобы ψ была непрерывна от $-\infty$ до $+\infty$.

$$\psi_1(0) = \psi_2(0)$$

$$\psi_2(l) = \psi_3(l)$$

2) $\psi_1'(0) = \psi_2'(0)$
 $\psi_2'(l) = \psi_3'(l)$

Пусть $b_1 = \frac{B_1}{A_1}$, $a_2 = \frac{A_2}{A_1}$, $b_2 = \frac{B_2}{A_1}$, $a_3 = \frac{A_3}{A_1}$ / Коэф-т прохождения: $D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |a_3|^2$

с учетом начальных условий, найдем, что:

$$a_3 \approx - \frac{4n^2 e^{-i\alpha l}}{(n-i)^2} e^{-\beta l}$$

$$D = |a_3|^2 \approx \frac{16n^2}{(n^2+1)^2} e^{-2\beta l}$$

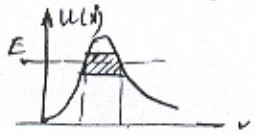
$$n^2 = \frac{U_0}{E} - 1$$

Выразим $\frac{16n^2}{(n^2+1)^2}$ по переменной

$$D \approx e^{-2\beta l} = e^{-\frac{2}{\hbar} \int_0^l \sqrt{2m(U-E)} dx}$$

Для барьера произв. формы: $D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_0^l \sqrt{2m(U-E)} dx}$

При преодолении пот. барьера частица как бы проходит ч/з туннель в этом барьере - туннельный эффект

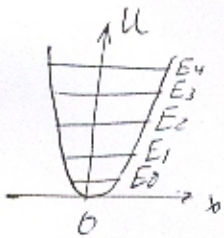


15) Ур-е Шр-го для гармон. осциллятора.

Гарм. осц. - частица, совершающая равномерное движение по дуге действия квазиупругой силы $F = -kx$. Пот. энергия такой массы: $U = \frac{kx^2}{2}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (собств. частота)}$$

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$



Возможен случай: $\nabla^2 \psi = \frac{d^2 \psi}{dx^2}$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

E - энерг. уровни осциллятора.

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Уровни эн-ии г.о. состоят из двух эн-ий по формул. расстояние. наименьшее значение: $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$ (нулевая эн-ия)

Для г.о. возможны переходы из одного сост. в другое только из/ду соседних уровней. При этом квантовое число n или n-я по 1: $\Delta n = \pm 1 \Rightarrow$ энерг. г.о. может измен. только кратно.

16)

Оператором наз. выражение при кот. одной ф-ции сопост. другая

Линейным оператором наз. оператор, кот. переводит лине. комбинацию всех аргументов в лине. комбинац. их обратных.

Ф-ия f наз. собственной ф-ией для операторов, если есть такое ненулевое число, где кот. вын-ся соотнош: $F(f) = \lambda f$

λ - собств. значение.
 Набор всех собств. ф-ий образует набором собств. знач. набор собств. знач-ий наз. спектром оператора.

Среднее знач. ф-ии вычисления

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k x_j \Delta N \quad ; \quad \Delta N - \text{число измерений кот. имеет функция вычисления}$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \int x dN$$

$$\langle x \rangle = \int x \frac{f(x)}{N} dx \quad ; \quad f(x) - \text{ф-ия не-отн. вероят.}$$

$$\langle x \rangle = \int x \frac{dP}{dx} dx \quad ; \quad \frac{dP}{dx} = \frac{f(x)}{N} - \text{плот. вероят.}$$

$$\langle x \rangle = \int x \varphi(x) dx \quad ; \quad \varphi(x) - \text{плот. вероят.}$$

$$\langle x \rangle = \int x \psi \psi^* dx \quad ; \quad \varphi(x) = |\psi|^2 = \psi \psi^*$$

14) Опер-р импульса: Спомог-во опер-ия по координ-те.
оп-ии прод-ю. импульса, записав эту
оп-ию в операторной форме.

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}; \quad \hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}; \quad \hat{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\hat{p}} = \vec{e}_x \hat{p}_x + \vec{e}_y \hat{p}_y + \vec{e}_z \hat{p}_z$$

$$\hat{\vec{p}} = -i\hbar \nabla$$

$$\text{где } \nabla = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Исп. соотношение массов. мех-ки:

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = p_x p_x + p_y p_y + p_z p_z$$

оп-ии опер-р квадрата имп

$$\hat{p}^2 = (\hat{p}_x)^2 + (\hat{p}_y)^2 + (\hat{p}_z)^2 = -\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\dots) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\dots) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\dots) \right)$$

$$\hat{p}^2 = -\hbar^2 \Delta, \quad \text{где } \Delta - \text{оп-р Лапласа.}$$

14. Сфер-р мом-тв и м-д

Всего 4 оператора: сфер-р и вращател \hat{M}^2 и три проекции \hat{M}_x, \hat{M}_y и \hat{M}_z

Сфер-р ур-е: $\hat{M}^2 \psi = M^2 \psi$

$M^2 = l(l+1) \hbar^2$

l - любое целое число \Rightarrow Мом-тв и м-д и м-д могут иметь только дискретные значения, определенное фермионом: $M = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ ($l = 0, 1, 2, \dots$)

В сферич. к-х (r, θ, φ): $\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}$

$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = M_z \psi$

$-i\hbar \alpha = M_z$

$\alpha = \frac{iM_z}{\hbar}$

иногда φ -а бина

$\psi = e^{i(M_z/\hbar)\varphi}$

однозначной, пообх:

$\psi(\varphi+2\pi) = \psi(\varphi)$

$e^{i(M_z/\hbar)(\varphi+2\pi)} = e^{i(M_z/\hbar)\varphi}$

Это условие выполн-но, если $M_z = m\hbar$

m -целое число (или отн-е к \hbar)

M_z однозн. дискретный элемент

$M_z = m\hbar$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

m - магнитное квантовое число

18. СМГ

из теории Δ -мат. волн: $\Delta \omega \Delta t \geq 1$

$\Delta k \Delta \lambda \geq 1$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\hbar \Delta \omega \Delta t \geq \hbar \Rightarrow \Delta E \Delta t \geq \hbar$
 $\hbar \Delta k \Delta \lambda \geq \hbar \Rightarrow \Delta p \Delta x \geq \hbar$

$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta p_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta p_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta b_z \Delta \varphi_z \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta E, \Delta b_z$ - средние и вращательные отклонения кванты от их среднего значения.

Усл-е возм-ти ортогонал. измерений р-ных ф-ц. величин

Ф-ц. величин a и b ортогр. только измерит, только если соотв. им оп-ры \hat{A} и \hat{B} имеют соотв. ф-а.

Пусть ψ_n ($n=1, 2, \dots$) ест. соотв. ф-цы как \hat{A} так и \hat{B}

Тогда выпол-е: $\hat{A}(\hat{B}\psi_n) = \hat{A}(b_n\psi_n) = b_n(\hat{A}\psi_n) = b_n a_n \psi_n$

$\hat{B}(\hat{A}\psi_n) = \hat{B}(a_n\psi_n) = a_n(\hat{B}\psi_n) = a_n b_n \psi_n$

Выбор: если 2 р-ных ф-ц величин a и b м.б. ортогр-ны, только измерит, то $\psi = \sum c_n \psi_n \Rightarrow \hat{A}(\hat{B}\psi) = \hat{B}(\hat{A}\psi)$

19) Ур-е Шр-ра для атома водорода

Рассм. электр. потенциал $\phi(r) = -\frac{Ze}{r}$ (Z - заряд ядра, r - расстояние от ядра до электрона).
 и гравитационный потенциал $\psi(r) = -\frac{GM}{r}$. При $Z > 1$ - водородоподобный ион.
 $Z=1$ - атом водорода.

Пот. э-на э-на: $U = -\frac{Ze^2}{r}$ (r - расстояние от ядра до электрона)

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0$$

Собственные функции ψ_{nlm} содержат Z-зависимые коэффициенты

В сферич. коорд-тах: $\psi = Y_{lm}(\theta, \varphi) R_{nl}(r)$
 n - главное квантовое число, связан. с номером энергии
 l - орбитальное, определяет форму волн. ф-ции
 m - магнитное, определяет проекцию мом-та на ось z
 $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$
 $m = -l, -(l-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l$
 Составление с орбит. энергией по формулам

20) Собственный мех. мом-т э-на

$M_s = \hbar \sqrt{S(S+1)}$; S - спиновое квантовое число, $S = \frac{1}{2}$

Собств. момент - внутреннее в-во э-на.

$M_s = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{3}$

$M_{sz} = m_s \hbar$ ($m_s = \pm S = \pm \frac{1}{2}$)

Собств. магнитный момент

$\frac{M_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e} \rightarrow \mu_s = -\frac{e \hbar}{m_e} \sqrt{S(S+1)} =$

$= -2 \mu_B \sqrt{S(S+1)} = -\mu_B \sqrt{3}$

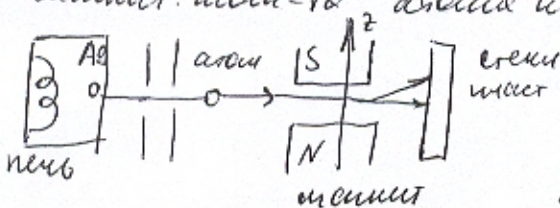
т.к. M_s и μ_s направлены в противоположные стороны

Впроеку: $\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e} M_{sz} = -\frac{e}{m_e} \hbar m_s = -\frac{e \hbar}{m_e} \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \pm \mu_B$

Проекция собств. мом-та $\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e}$

спин. э-на может принимать значения $+\frac{1}{2} \hbar$ и $-\frac{1}{2} \hbar$, а собств. маг. мом-та $+\mu_B$ и $-\mu_B$

Эффект Штарк-Ферми: при наличии внешнего магнитного поля происходит расщепление уровней энергии.



пучки испускаемые в вакуум. пучки атомов сходятся или расходятся с точностью до длины волны де Бройля. Этот процесс называется дифракцией. В вакууме и при отсутствии внешнего магнитного поля атомы движутся в направлении, перпендикулярном к плоскости, в которой происходит дифракция. При наличии внешнего магнитного поля атомы движутся в направлении, перпендикулярном к плоскости, в которой происходит дифракция. При наличии внешнего магнитного поля атомы движутся в направлении, перпендикулярном к плоскости, в которой происходит дифракция.

21) Канонич. м-т в атоме определяется орбитальными м-т-ом M_L и спин-ом M_S и собственными моментами M_x

1) м-т M_L выстраивает м/ду собой спин-ом M_S , кот. в свою очередь спин-ом выстраивает друг с другом, м-т M_S . M_L и M_S дают суммарный м-т M_J . LS-связь

2) Канонич. м-т M_L и M_S в/д - т м/ду собой спин-ом, м-т с группами M_L и M_S , выстраивает м-т ор-со взаимодействующие M_L друг с другом M_L в атоме. M_S выстраивает м-т ор-со взаимодействующие M_S м-т M_S атоме. M_J выстраивает м-т ор-со взаимодействующие M_J м-т M_J атоме.

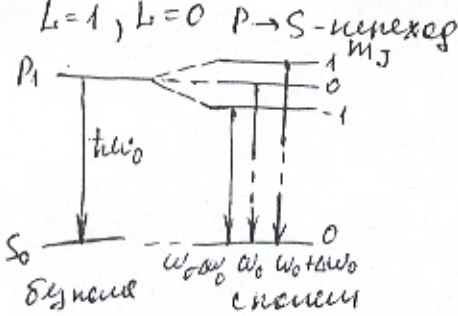
$M_L = -\frac{e}{2m_e} M_L$ орбит.
 $M_S = \frac{e\hbar}{2m_e} -$ момент Гюма (естественное ор-со магнитного м-та)
 $M_J = -\mu_B g \sqrt{J(J+1)}$; g - фактор Ланде. J - число, опред. энергией орбит. и спин-ом м-т-ом.

22) Эффект Зеемана кот. расщепление энергетич. уровней при действии на атом магнитного поля. Расщепление уровней приводит к расщеплению спектральных линий на м-но компонент.

Зеемановское расщепление уровней объясняется тем, что атом, обладающий магнитным моментом M_J приобретает в магнитном поле зап. энергию: $\Delta E = -M_J B$

направление магнитного м-та по направлению маг. поля
 $M_J B = -\mu_B g M_J \Rightarrow \Delta E = \mu_B g B M_J$

Расщ. зеемановское расщепление спектральных линий, кот. наблюдаются при переходах м/ду уровнями, отвечающими $S=0$. Для таких $g=1 \Rightarrow \Delta E = \mu_B B M_J$



Без поля наблюд. одна линия, частота которой ω_0 . При включении поле линии м-но. еще 2 м-та расщеп. линии $\omega_0 + \Delta\omega$ и $\omega_0 - \Delta\omega$
 Это расщепление на 3 линии кот. нормальный эффект Зеемана.

Если линии обсер. тонкой спектральной линией компонент дивидет больше 3х, а величина расщепления кот. расщеплением дна: $\Delta\omega = \omega_0 \frac{r}{g}$ (аномальный эффект Зеемана)

23) Переходы спонтанные с более высокой частотой по сравнению с вынужденными
 => спонтанные испускания фотонов атомными
 вынужденные с более низких на более высокие уровни (обусловлено наличием инициатора)
 Вер-ть спонтанных переходов от-се имеет вынужденными
 в-матриц и их зав-т от интенсивности излучения
 Вер-ть "полюса-х" переходов зав-т как от в-в атомов, так
 от интенсивности излучения.

Для вероятности установившегося равновесия или
 произвольной интенсивности излучения спонтанных,
 индуцированных и "полюса-х" переходов,
 Вер-ть как возрастает би с увеличением интенсивности
 излучения, т.е. переходов, вызываемых излучением.
 Вероятности в вы-мо таких переходов излучения и
 вынужденными или индуцированными.

$$P_{nm} = B_{nm} U \omega$$

$$P_{mn} = B_{mn} U \omega$$

B_{nm} } - коэф-т
 B_{mn} } Эйнштейна

$$N_{nm} = A_{nm} N_n$$

N_n - число атомов
 в состоянии n

$$N_{nm}^{вкл} = N_{nm}^{вкл} + N_{nm}^{спонт}$$

$$N_{nm}^{вкл} = B_{nm} U \omega N_m$$

$$N_{nm}^{спонт} = A_{nm} N_n$$

P_{nm} - вер-ть вынужденного перехода атома
 в вы-чу времени с E_n на E_m .
 Вер-ть вынужд. переходов проп-на к вы-цу
 энергии вынужденного перехода ω -мощн,
 и к числу атомов N , состоящих в вы-м
 состоянии.

A_{nm} - вер-ть спонтанного перехода
 атома в вы-чу времени в состоянии n
 в состоянии m.

N - число атомов, соверш. в вы-чу времени
 спонтанный переход

$$B_{nm} U \omega N_m = B_{nm} U \omega N_n + A_{nm} N_n$$

$$U(\omega, \tau) = \frac{A_{nm} N_n}{B_{nm} N_m - B_{nm} N_n} = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{N_m/N_n - 1}$$

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{h\nu/kT}$$

$$U(\omega, \tau) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

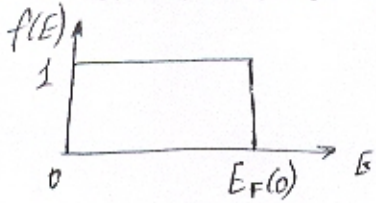
22) * Атом во внеш. маг. поле
 при помещении атом. мом \vec{p} во внеш. м.п. с маг \vec{B} , он
 приобретает вы-ю: $\Delta E = -\vec{p} \cdot \vec{B}$. Если учесть, атом
 в сост. с вы-ю. маг. J помещ в м.п., то вы-ю
 уп-на E изм-ся так, что это изм-е ΔE сост.
 $1/2$ из $2J + 1$ вы-ю. зван.

24) Лазеры
 лазер - устр-во, при прохожд. ч/з кот, э/маг волна
 усиливается за счет вынужд. излуч. Лазер-опт. квант.
 генератор
 3 осн. компонента:
 1) акт. среда; 2) сист. накачки; 3) опт. резонатор.
 Первый лазер был рубиновый. Акт. среда - Al_2O_3 . Для акт.
 накачки - газоразрядная лампа. При односторонней накачке

15

атом хрома Cr^{3+} переходит $1 \rightarrow 3$, затем либо $3 \rightarrow 1$, либо $3 \rightarrow 2$.
 Переход $2 \rightarrow 1$ запрещен \Rightarrow комбинация σ на $4p^2$. Возникают вторичные фотоны, запущены лазерные генерации. Длинноволновые комп. ЛГ ион-св. оптич. мучалор. Фотоны, кот. движ-ся по кристаллу и св-ва кристалла. Выходит из ант. слепк, а σ , кот. движ-ся по св-ва, вытвоят флуоресц. лучи. многократно усил. поток. Выходит из цилинд. зеркало, соф. лучи срабатывают экран. Пит. уровней: 1) твердые 2) гетерост. 3) полупров. 4) аморфные. примесные: дор-ид, куаши, скорости и темные добавки. диуритов, гомоген.

2.4) При адс. луче в состоянии n с энергией E_n , энергия вторичных не превышает $E_{F(0)}$, макс-во $1 \mu\text{м}$ -н; в состоянии с $E > E_{F(0)}$ не-интересно. \Rightarrow φ -переход $n \rightarrow m$ по состоянию с энергией E имеет вид:



лучи $n \rightarrow m$ процесс (интервал) стационар-ный, равен ρ , при кот. эн-н n соот. k в энергии E переходит в кот k' с энергией $E + \epsilon$

Таких дор-ид: $P_{k'k} \sim f(E)[1-f(E+\epsilon)]P(\epsilon)$
 $P_{k'k}$ - вер-ть перехода с k на k'

$P_{kk'} \sim f(E+\epsilon)[1-f(E)]P(0)$

$P(0)$ - вер-ть того, что атом пришел макс-во в соот-с энерг. ей равной 0.

$P_{k'k} = P_{kk'} : f(E)[1-f(E+\epsilon)]P(\epsilon) = f(E+\epsilon)[1-f(E)]P(0)$

отсюда $\rightarrow \frac{f(E+\epsilon)}{1-f(E+\epsilon)} \cdot \frac{1-f(E)}{f(E)} = \frac{P(\epsilon)}{P(0)} = e^{-\epsilon/kT}$

Домино вын-се $\forall T$, тогда $\frac{1-f(E)}{f(E)} = e^{(E-\mu)/kT}$

$E_F \approx E_{F(0)} \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F(0)}} \right)^2 \right]$

$\frac{f(E+\epsilon)}{1-f(E+\epsilon)} = e^{-[(E+\epsilon)-\mu]/kT}$

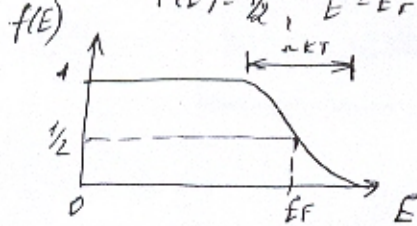
$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$ - ср-е разн-е, Ферми-Дирак. разн. μ - химич. потенц-л.

$\langle \epsilon \rangle = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$ - среднее число n -в, макс-во в соот. с эн-н E_j

основа статистики Ферми-Дирака. Частицы, подчиняющиеся ей - фермионы

$\mu = E_F$ - энергия ферми: $f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$

$f(E) = 1, E < E_F$
 $f(E) = 0, E > E_F$
 $f(E) = 1/2, E = E_F$



- $kT \ll E_F$ - вырожд. эн-н газ.
 - $kT \gg E_F$ - невырожденный газ
- Повышение эн-го газа зав-т от соотн-н между тем-й и энергией и тем-й Ферми.

28) Квантовая теория свободных э-в в металле

Рассм. электр. металл \square . Допустим, что э-ны идеальны, т.е. свободны. Рассмотрим в ур-ии Ψ и Ψ^* и $\Psi = 0$. Рассмотрим ур-е Шр-р для свобод. э-на

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = E \Psi$$

Решение в виде: $\Psi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$, $k = p/\hbar$ - волновой вектор
 $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Условие нормировки Ψ ф-ции: $\int \Psi \Psi^* dV = \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} dV = \int dV = V = L^3 = 1$
 $\Psi = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$

Ψ -ф-ия должна уф-ть граничные условия, т.е. быть нулевой в требованиях, т.е. на границах перпендикулярно по x, y, z с периодом L , т.е. $\Psi = 0$ на $x=0, L$ и т.д.

$$k_x = \frac{2\pi}{L} n_1, k_y = \frac{2\pi}{L} n_2, k_z = \frac{2\pi}{L} n_3; n_1, n_2, n_3 - \text{целые}$$

$$\Psi = \frac{1}{L^{3/2}} e^{i\frac{2\pi}{L}(n_1 x + n_2 y + n_3 z)}$$

Значение волнового вектора \mathbf{k} \Rightarrow энергия E и э-н-а

Тогда Ψ обр-ии: $E_k = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$

Введем обратн. кр-во, по осям k_x, k_y, k_z . Будем отсчитывать n_1, n_2, n_3 . Пов-ть равных э-н-ов - сфера $n^* = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$. Число состояний ν_E , энергия кот. не превышает $E = \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 (n^*)^2$ равно объему сферы ν_E в k -пространстве радиусом n^* . 1) мы расположим сферу, равной 1: $\nu_E = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi (n^*)^3 = \frac{8}{3} \pi (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)^{3/2}$

$$\nu_E = \frac{8}{3} \pi V \frac{(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} E^{3/2}$$

- определ. число состояний, энергия кот. не превышает E .

30) Работа выхода

Наименьшая энергия, кот. необход. сообщить э-ну для того, чтобы улететь из твердого или жидкого тела в вакуум, кот. радиусом r и φ - потенциалом выхода

$$e\varphi = E_0 - E_F; E_0 - \text{энергия э-на на самом миним. ур-е}$$

$$E_F \approx E_F(0) \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_F(0)}\right)^2 \right]$$

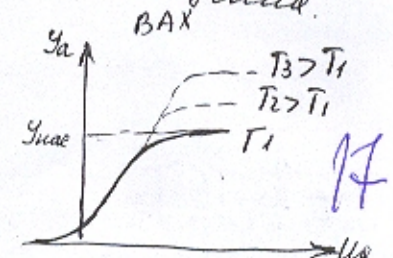
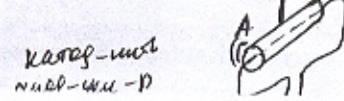
Узлователен к состоянию и в-ти металла

Термоэмиссионная эмиссия - испускание э-в из нагретого металла

T/θ эмиссия хар-т темп. металла. Если в эф/у берем e и ν - т.е. ν э-в, то мы-ть темп. эмиссия. Будет $j_{нас} = kT$ на оси. ν - стат. Ф-Д

Решение: $j_{нас} = AT^2 e^{-e\varphi/kT}$; $e\varphi$ - раз. Вых. на осн. Фом-коф; $A = \text{const.}$

Ричардсон: $j_{нас} = A_2 T^2 e^{-e\varphi/kT}$



Состояние на все больше эн-в отталкивается к асфору и при
 увелич. эн-ва. Эн-с обычно полностью рассеивается и все
 взаимодействие с катодом эн-и по мере возм-в достигают
 асфора. Дальнейший рост на не может увеличиваться - так
 говорят катоды.

Эн-и в катодной
 зоне катодной

31

Спектр разрешенных значений энергии состоит из
 дискретных значений энергии дискретных уровней.
 В действительности значения эн-и в катодной зоне
 не являются дискретными, а являются непрерывными.
 Это приводит к тому, что спектр разрешенных значе-
 ний энергии в катодной эн-в расширяется и пер-
 ходит в непрерывный спектр разрешенных и запрещенных зон. В пре-
 делах катодной зоны энергии эн-и не являются непрерывными.
 Значения энергии, например, запрещенной зоны не
 являются дискретными.

Зонная структура энергетич. ур-й непрерывна ур-и.
 ур-е Шер-ва, где эн-ва, зависящая от координат, имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi = E \psi \quad ; \quad \begin{aligned} \psi(x+a, y, z) &= \psi(x, y, z) \\ \psi(x, y+b, z) &= \psi(x, y, z) \\ \psi(x, y, z+c) &= \psi(x, y, z) \end{aligned}$$

Решение: $\psi_k = \psi_k(r) e^{i k x}$; $U_k(r)$ - ф-я, зависящая
 от координат x, y, z и энергии E .
 (теор. Блоха)

Образование зонной структуры атомов: при атомном взаимодействии
 групп атомов, они имеют собственные энергии
 эн-и ур-и. По мере сближения атомов, между ними
 возникает взаимодействие, которое приводит к
 образованию зонной структуры. Вместо одного, одинакового для
 всех N атомов ур-ва, возникает N зонных ур-и
 зонной структуры атома расширяется на N
 число - разлеч. ур-и, образ-я зону.

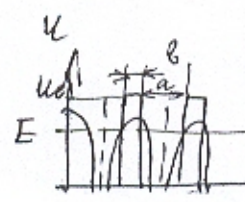
Модель кристалла - решетки. Это - одномерное движение - е эн-ва
 массы m в поле энергии. Пот-и простой ф-ии:
 одномерной пот. име шириной L не зависит от координат.
 раст. a , расстояния n пот. кристалла. барьеров высотой V_0 и
 шириной b :

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(x)) \psi = 0. \quad \text{Потенциал Блоха:}$$

$$\psi_k(x) = U_k(x) e^{-i k x}$$

где $U_k(x)$ - периодич. ф-я; $k = \frac{2\pi}{L} n$

представим $\psi_k(x)$ в ур-е Шер-ва



18

Снижает вероятность перехода π - σ на себе. Верхний уровень вал. зон.

в) узлы - к



Если ширина запрещ. зоны ΔE велика, тепловое движение не способно задрожать много π - σ в вал. зону

33) Средственная проводимость, характеризуется в рун-те наличием π - σ с верхних ур-ий валентной зоны в зону проводимости. Беспримесные полупров-ки, Телесел. кристаллы, в акт. иониз. атом средине σ и π соседними (валентно). При $T=0$ все связи запрещены π - σ , что свод. полней вал. зона. При $T \uparrow$, нескот. π - σ могут перескочить из вал. зоны в зону проводимости. Не имеет диффузионной связи с др-ся групп. Мусулеми в др-ю группу может перескочить π - σ . Дирно как др. переносимые. Вер-ть др-я парт π - σ - группа σ или π группой будет малой. Днев-но, что также паря с помощью др-я, если π - σ проводимости др-я. кати. группой, а группа - кати. Условно также паря др-я при π - σ с помощью σ и групп основной сшаг в кати-ю и свод. катионной замера. Тогда: $n(T) = n_0 \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$; E_g - ширина запр. зоны.

Уровень Ферми в чистом полупр-ке: $E_F = \frac{1}{2} \Delta E + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$

m^* - эффективные массы групп σ и π - σ , π - σ в зоне пров-ти
 ΔE - ширина запрещ. зоны

! Уровень Ферми имеет последние запрещ. зоны

Темпер. зав-ть проводимости бесприм. полупр-ки

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E / kT}; \quad \sigma_0 = \text{const} \quad \Delta E - \text{запр. зона}$$

34) Примесная пров-ть. некоторые примеси дают при малых конц-х сильно увеличенную пров-ть полупр-ки. Также примеси приводят к образованию дырок или σ - π в вал. зоне.

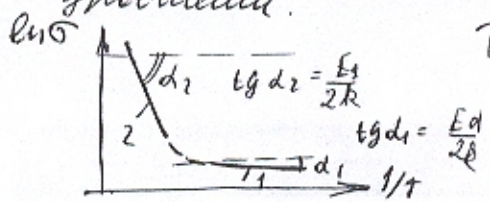
Донорные примеси - атомарные π - σ

Акцепторные - задерживание

Полупров-ки и-типа (донорные) - полупр-ки с избытком валентных π - σ (-)

Основная носители зар-га - π - σ
 Косвенные - дырки

Уровень Ферми чистого полупр-ки зависит от концентрации носителей между границей зоны пров-ти и донорными уровнями.



Темпер. зав-ть пров-ти донорного полупр-ки

(35) Антенный эффект полупроводника (р-типа) - обусловлен наличием свободных носителей зарядов (дырок)

Уровень Ферми полупроводника находится в области запрещенной зоны и антенный эффект отсутствует

При переходе из полупроводника в вакуум в связи с недостатком носителей полупроводника образуются фотоэмиссионный ток

(36) Фотопроводимость полупроводника

Если на полупроводник падает поток фотонов λ -им. света с энергией $h\nu$, большей энергии E_g , то возникает фотоэмиссионный эффект - переход электронов из валентной зоны в зону проводимости. В этом случае коэффициент поглощения α и коэффициент рекомбинации β зависят от частоты падающего излучения ν . В этом случае фотопроводимость σ зависит от частоты падающего излучения ν .

Увеличение фотопроводимости полупроводника происходит при увеличении частоты падающего излучения.

В этом случае $E_g = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ λ - длина волны излучения, h - постоянная Планка, c - скорость света

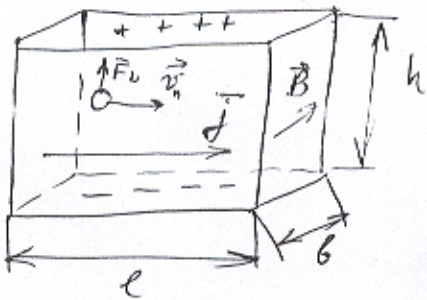
$$n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ - среднее время жизни носителей заряда

$n(t)$ - концентрация

(34) Эффект Холла в полупроводниках

Расширенный эффект Холла:



Эффект Холла возникает в результате действия силы Лоренца на носители заряда, движущиеся в направлении тока в магнитном поле.

Векторная сила Лоренца $\vec{F}_L = e[\vec{v}_d \times \vec{B}]$ действует на носители заряда, движущиеся в направлении тока \vec{j} в магнитном поле \vec{B} . В результате носители заряда отклоняются в сторону, перпендикулярную направлению тока и направлению магнитного поля.

Движение носителей заряда в направлении тока приводит к возникновению разности потенциалов на противоположных сторонах образца. Эта разность потенциалов называется напряжением Холла.

Примечание. На эффект Холла основано действие приборов для измерения концентрации носителей заряда.

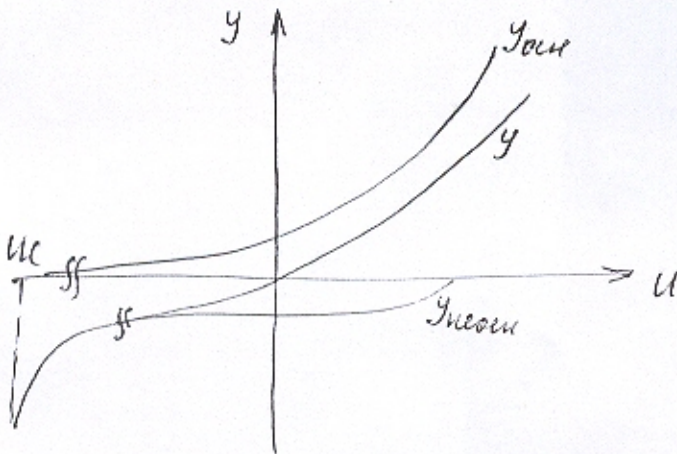
38) Контактные явления - явления, возникающие при соприкосновении двух нейтронов-в.

Каждый нейтрон-в имеет свою область выхода А и входно Ферми Е_Ф. При соприкосновении двух нейтронов-в Е_{Ф1} и Е_{Ф2} должны быть равны, т.е. согласно статистической функции хим. потенциалов системы, чтобы не было обмена частицами между двумя нейтронами во всех i, j .

В данной системе эти нейтроны взаимодействуют с другими нейтронами Е_Ф в области с максимальной Е_Ф. С этими нейтронами происходит взаимодействие. Это взаимодействие происходит на границе области взаимодействия нейтрона и контактного района нейт-в: $e\mu = A_2 - A_1$

p-n переход - тонкий слой, образующийся в месте контакта двух областей нейтронов-в анизотропного и изотропного типов

В р-n-те температурно-химическое равновесие между двумя областями нейтронов-в должно выполняться в направлении n-типа, где теплопроводность с функцией χ -в. В n-те это в правой области нейт-в. Избыток нейтронов зарядов а в нейт-в - избыток отриц.



μ_c - напряжение перехода при макс. пропек. пропек. p-n перехода.

y_{0n} - ток основных носителей

y_{0n1} - ток неосновных

$$y_{0n} = y_0 e^{-\frac{W}{kT}}$$

W - высота пот. барьера, кот. формирует прослойку ферми для перехода от обн. р. в обн. и.

$$y_{0n1} = y_{0n}$$

$$y = y_{0n} - y_{0n1}$$

39) Четность - сохранение неизменной ф-ции χ при инверсии пространства (переход от $x' \rightarrow -x$, $y' \rightarrow -y$, $z' \rightarrow -z$). Если частица имеет чет. ф-ию, то она обн. в. Внутр. четность $P = +1$, чет. — нечет. — отрицат. внутр. четность $P = -1$.

3-я сохр четности - при всех превращениях, превращаемых в частн. части, четность системы остается неизменной.

Инверсия простран-ва сохр. законом частью антагонистич. инверсии простран-ва инверсия. Четность сист-ы частиц инверсия инверсии четности.

В случае электронов χ -ф-ия 3-я сохр. четности обн. в 3-й сохр. четности.

40) Структура атомного ядра

Ядро простейшего атома - водорода - состоит из одной α -и частицы - протона. Ядро всех остальных состоит из α -и β -и частиц - протонов и нейтронов. (символ)

Протон: (p) заряд $+e$
 имеет собств. массу $m_p = +1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
 M_p - ядерный магнетон $= \frac{e\hbar}{2mpc}$

Нейтрон: (n) заряд $= 0$
 $m_n = -1,67 \cdot 10^{-27}$ кг

В свободном состоянии нестабильны, самопроизвольно распадаются, превращаясь в протон и испуская α -и β -и

Хар-ти ядер

1) Зарядовое число - кол-во протонов, входящих в состав ядра $+Ze$; Z - номер в табл. Менделеева.

2) Массовое число - число протонов и нейтронов A .
 число нейтронов: $N = A - Z$
 ядро с одинаковым Z , но разным A называют изотопами

- ${}^1_1\text{H}$ - водород
- ${}^2_1\text{H}$ - тяжелый вод-д (дейтерий) } стабильны
- ${}^3_1\text{H}$ - тритий - радиоактивен

3) Размеры.

В 10^8 приближение, считаем, что ядро имеет форму шара: $r = 1,3 A^{1/3}$ Ф

Φ - ферми = 10^{-13} см

4) Энергия связи = работа, кот нужно совершить, чтобы разбить об отдельные ядро из нуклонов и уложить их групп по группам и в том же состоянии, или кот они представляют и Φ / τ групп с группами

$$E_{св} = c^2 \{ [Zm_p + (A-Z)m_n] - M_{я} \}$$

Ядерные сил - сильное взаимодействие

1. Явл. силой короткодействующими. радиус действия порядка 10^{-13} см
2. Сильное взаимодействие не зав-т от заряда нуклонов (зарядовая инвариантность)
3. Явл. силой зав-т от величины ориентации спинов нуклонов.
4. Не явл. центральными
5. Обладают явл. и несимметрией. наибольший нуклон в ядре Φ / τ с другой стороны нуклонов.

43 ?

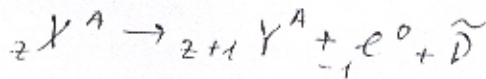
Альфа-распад.

α -лучи - ядра гелия ${}^2\text{He}^4$.

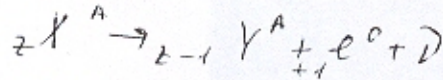
схема распада: ${}_Z X^A \rightarrow {}_{Z-2} Y^{A-4} + {}_2\text{He}^4$

β -распад

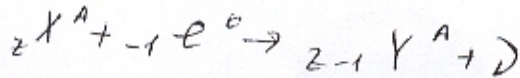
1) β^- -распад ($n \rightarrow p$)



2) β^+ -распад ($p \rightarrow n$)



3) $n \rightarrow p$ захват.



Алфа- и нейтронное - процесс спонтанного α/β или внешнего захвата с $n \rightarrow p$ частицей или $p \rightarrow n$ частицей (приводит к образованию α -лучей и β -лучей)